□30□ □□□□□□□□□□□

1□□□ $f(x)=x\ln x+\frac{a}{2}x^2+1$□

□1□□□□ $g(x)=f(x)+x\cos x-\sin x-x\ln x-1$□ $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□1 □□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□□ x □□□ $xe^{x-a}=f(x)-\frac{a}{2}x^2+ax-1$ □□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□

□1□ $0< a, \frac{8}{\pi^2}$

□2□ $a>1$

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□ $xe^{x-a}=f(x)-\frac{a}{2}x^2+ax-1$ □□ $e^{x-a}+(x-a)=x+\ln x$ □□ $h(x)=x+\ln x,x>0$ □□ $h(e^{x-a})=e^{x-a}+(x-a)$ □□□

□ x □□□ $xe^{x-a}=f(x)-\frac{a}{2}x^2+ax-1$ □□□□□□□□□□□□□ $a=x-\ln x,x>0$ □□□□□□□□□□□ $\varphi(x)=x-\ln x$ □□□□□

$\varphi(x)=x-\ln x$ □□□□□□□□.

□1□

□□ $g(x)=\frac{a}{2}x^2+x\cos x-\sin x$ □ $x\in(0$□$\frac{\pi}{2}]$□

□□ $g'(x)=x(a-\sin x)$□

□ $a.1$ □□ $a-\sin x.0$ □□□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□□□ $g(0)=0$ □□□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□ $0< a<1$ □□ $\exists x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $\sin x_0=a$□

□□ $g(x)$ □ $(x_0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $(0,x_0)$ □□□□□

□□□ $g(0)=0$□ $g(\frac{\pi}{2})=\frac{a\pi^2}{8}-1$ □

□□□ $\frac{a\pi^2}{8}-1>0$ □□ $a>\frac{8}{\pi^2}$ □□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□ $\frac{a\pi^2}{8}-1\leqslant 0$ □□ $0<a\leqslant\frac{8}{\pi^2}$ □□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□□

□ $a\leqslant 0$ □□ $g(x)=a-x\sin x<0$ □ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□□□ $0<a\leqslant\frac{8}{\pi^2}$ □□ $g(x)$ □ $(0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□□

□2□

□□□ $xe^{x-a}=f(x)-\frac{a}{2}x^2+ax-1$ $(x>0)$ □

□ $xe^{x-a}=x\ln x+ax$ □□ $e^{x-a}=\ln x+a$ □

□□ $e^{x-a}+(x-a)=x+\ln x$ □

□ $h(x)=x+\ln x, x>0$ □□ $h(e^{x-a})=e^{x-a}+(x-a)$ □

$h'(x)=1+\frac{1}{x}>0$ □□□□□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $e^{x-a}=x$ □□□ $x-a=\ln x$ □□ $a=x-\ln x, x>0$ □

□□□□ x □□□ $xe^{x-a}=f(x)-\frac{a}{2}x^2+ax-1$ □□□□□□□□□□

□□□ $a=x-\ln x, x>0$ □□□□□□□□□□

□ $\varphi(x)=x-\ln x$ □□ $\varphi'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$ □

□ $0<x<1$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□ $x>1$ □□ $\varphi'(x)>0$ □

□□□□ $\varphi(x)=x-\ln x$ □ $(0,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□

□□ $\varphi(x)_{\min}=\varphi(1)=1$ □

□ $x\to 0$ □□ $\varphi(x)\to+\infty$ □□ $x\to+\infty$ □□ $\varphi(x)\to+\infty$ □

□□ $a>1$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

2□□□□□ $f(x)=ae^{x}-\ln(x+2)+\ln a-2$.

□1□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□ a □□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□.

① □ $f(x)\geq 0$ □□□□ a □□□□.

② □ $f(x)$ □□□□□□□ a □□□□.

□□□□

□1□□□□□□□ $(-2,0)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$.

□2□□□①□□ $a\in[e,+\infty)$ □□□②□□ $a\in(0,e)$

□□□□

□1□□ $x=0$ □□ $f(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f'(0)=0$ □□□ a □□□□ $f'(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□2□□

$f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□

□1□

□□□□ $x\in(-2,+\infty)$ □ $f'(x)=ae^{x}-\frac{1}{x+2}$ □ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□ $f'(0)=a-\frac{1}{2}=0$ □□□ $a=\frac{1}{2}$ □□□

$f'(x)=\frac{1}{2}e^{x}-\frac{1}{x+2}$ □□□□□ $f'(x)$ □□□□□□ $f'(0)=0$ □□□ $x\in(-2,0)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □□

$f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□.□ $f(x)$ □□□□□□ $(-2,0)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$.

□2□

① □□□ $f(x)\ge 0$ □□□□

□ $f(x)\ge 0$ □□□□□ $ae^x-\ln(x+2)+\ln a-2\ge 0$ □□□□ $e^{x+\ln a}+x+\ln a\ge \ln(x+2)+x+2$ □□

$e^{x+\ln a}+x+\ln a\ge \ln(x+2)+e^{\ln(x+2)}$

□□□ $h(x)=e^x+x$ □□□□□□ $h(x+\ln a)\ge h(\ln(x+2))$

□□ $h'(x)=e^x+1>0$ □□□□□□ $h(x)=e^x+x$ □□□□□□□ $x+\ln a\ge \ln(x+2)$

□□ $\ln a\ge \ln(x+2)-x$ □□ $\varphi(x)=\ln(x+2)-x$ □ $x\in(-2,+\infty)$. $\varphi'(x)=\frac{1}{x+2}-1=-\frac{x+1}{x+2}$ □□ $x\in(-2,-1)$ □□

$\varphi'(x)>0$ □□ $x\in(-1,+\infty)$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□ $\varphi(x)=\ln(x+2)-x$ □ $x=-1$ □□□□□□□ $\varphi(x)_{max}=\varphi(-1)=1$ □□ $\ln a\ge 1$ □□

□□ $a\ge e$

□□ $a\in[e,+\infty)$ □□ $f(x)\ge 0$ □□□.

② □□□ $f(x)$ □□□□□□□

□ $ae^x-\ln(x+2)+\ln a-2=0$ □□□□□□□□ $e^{x+\ln a}+x+\ln a=\ln(x+2)+x+2$ □□ $e^{x+\ln a}+x+\ln a=\ln(x+2)+e^{\ln(x+2)}$

□□□ $h(x)=e^x+x$ □□□□□□ $h(x+\ln a)=h(\ln(x+2))$

□□ $h'(x)=e^x+1>0$ □□□□□□ $h(x)=e^x+x$ □□□□□□□ $x+\ln a=\ln(x+2)$

□□□□ $\ln a=\ln(x+2)-x$ □□□□□□ $\varphi(x)=\ln(x+2)-x$ □ $x\in(-2,+\infty)$.

$\varphi'(x)=\frac{1}{x+2}-1=-\frac{x+1}{x+2}$ □□ $x\in(-2,-1)$ □□ $\varphi'(x)>0$ □□ $x\in(-1,+\infty)$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□ $\varphi(x)=\ln(x+2)-x$ □ $x=-1$

□□□□□□□ $\varphi(x)_{max}=\varphi(-1)=1$ □

□□ $\ln a=\ln(x+2)-x$ □□□□□□□ $\ln a<1$ □□□□ $0<a<e$ □□□ a □□□□□□ $(0,e)$

[illegible]

[illegible]

3[illegible] $f(x)=e^{x-1}-mx^2\ (m\in\mathbf{R})$.

[illegible]1[illegible]① $m=\frac{1}{2}$[illegible]② $m=1$[illegible] $f(x)$ [illegible]$(0,+\infty)$ [illegible]

[illegible]2[illegible]$m>0$[illegible]$g(x)=f(x)+mx\ln(mx)$.[illegible]$g(x)$[illegible]$(0,+\infty)$[illegible]m[illegible].

[illegible]1[illegible]2[illegible]$m\geq 1$.

[illegible]

[illegible]1[illegible]①[illegible] $f'(x)=e^{x-1}-x,\ f''(x)=e^{x-1}-1$[illegible]$f''(x)$[illegible]$R$[illegible]$f''(1)=0$[illegible]$f'(x)$[illegible]

[illegible]$f'(x)$[illegible]$f(x)$[illegible]②[illegible] $f'(x)=e^{x-1}-2x,\ f''(x)=e^{x-1}-2$[illegible]$f''(x)$[illegible]$R$[illegible]

$f''(1+\ln 2)=0$[illegible]$f'(x)$[illegible]0 [illegible]

[illegible]2[illegible]$g(x)=0$[illegible]$\frac{e^{x-1}}{mx}-x+\ln(mx)=\frac{e^{x-1}}{e^{\ln(mx)}}-x+\ln(mx)=e^{x-\ln(mx)-1}-\left[x-\ln(mx)\right]=0$[illegible]$t=x-\ln(mx)$[illegible]

[illegible]$e^{t-1}-t=0$[illegible]$h(t)=e^{t-1}-t$[illegible]$h(t)=e^{t-1}-t$[illegible]$t=1$[illegible]$1=x-\ln(mx)$[illegible]$(0,+\infty)$[illegible]

$1+\ln m=x-\ln x$[illegible]$l(x)=x-\ln x$[illegible]$1+\ln m$[illegible]m[illegible]

[illegible]

[illegible]1[illegible]① $m=\frac{1}{2},\ f(x)=e^{x-1}-\frac{1}{2}x^2$[illegible] $f'(x)=e^{x-1}-x,\ f''(x)=e^{x-1}-1$[illegible]

[illegible]$f''(x)$[illegible]R[illegible]$f''(1)=0$[illegible]

[illegible]$f'(x)$[illegible]$(0,1)$[illegible]$(1,+\infty)$[illegible]

[illegible]$f'(x)\geq f'(1)=0$[illegible]$f(x)$[illegible]$(0,+\infty)$[illegible].

□□□② $m=1, f(x)=e^{x-1}-x^2$ □□ $f'(x)=e^{x-1}-2x, f''(x)=e^{x-1}-2$ □

□ $f''(x)$ □ R □□□□□□ $f''(1+\ln 2)=0$ □

□□ $f'(x)$ □ $(0,1+\ln 2)$ □□□□□□ $(1+\ln 2,+\infty)$ □□□□□□

□ $f'(x) \geq f'(1+\ln 2)=-2\ln 2<0$ □□ $f'(4)=e^3-8>0$ □

□□□□□□□□ $x_0\in(1+\ln 2,4)$.

□2□□ $g(x)=0$ □□ $e^{x-1}-mx^2+mx\ln(mx)=0$ □□ $mx>0$ □

□□ $\frac{e^{x-1}}{mx}-x+\ln(mx)=\frac{e^{x-1}}{e^{\ln(mx)}}-x+\ln(mx)=e^{x-\ln(mx)-1}-[x-\ln(mx)]=0$ □

□ $t=x-\ln(mx)$ □

□□□□ $e^{t-1}-t=0$ □□□□ $h(t)=e^{t-1}-t$ □

□□ $h'(t)=e^{t-1}-1$ □□□ $h(t)$ □ $t\in(-\infty,1)$ □□□□□□ $t\in(1,+\infty)$ □□□□□□ $h(1)=0$ □

□□ $h(t)=e^{t-1}-t$ □□□□□ $t=1$.

□ $g(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $1=x-\ln(mx)$ □ $(0,+\infty)$ □□.

□□□□ $1+\ln m=x-\ln x$ □

□ $l(x)=x-\ln x$ □□ $l'(x)=1-\frac{1}{x}$ □□ $l(x)$ □ $x\in(0,1)$ □□□□□

□ $x\in(1,+\infty)$ □□□□□

□ $l(x)\geq l(1)=1$ □□□ $1+\ln m\geq 1$ □□□ $m\geq 1$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)=0$ □□ $e^{x-\ln(mx)-1}-[x-\ln(mx)]=0$ □□ $t=x-\ln(mx)$ □□

□□□□□ $e^{t-1}-t=0$ □□□□□ $h(t)=e^{t-1}-t$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

4□□□□□ $f(x)=e^{2x+a}-\frac{1}{2}\ln x+\frac{a}{2}$

□1□□□□ $y=f(x)$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□1□ $a\le -1-\ln 2$ □□2□ $a>-1-\ln 2$ □

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f'(x)\le 0$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□□ є □□□□□□□ $a\le -2x-\ln 4x$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□

$g(x)=-2x-\ln 4x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□ $e^{2x+a}+\frac{2x+a}{2}=e^{\ln x}+\frac{\ln x}{2}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□ $a=\ln x-2x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $h(x)=\ln x-2x$ □□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□1□ $f'(x)=2e^{2x+a}-\frac{1}{2x}$

□□□□ $f(x)$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□

□□ $f'(x)=2e^{2x+a}-\frac{1}{2x}\le 0$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□

□□□□ є □□□□□□

□ $a\le -2x-\ln 4x$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□

□ $g(x)=-2x-\ln 4x$ □ $g'(x)=-2-\frac{1}{x}<0$

□□ $g(x)$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□

□□ $g(x)_{\min}=g\left(\frac{1}{2}\right)=-1-\ln 2$ □

□□ $a\le -1-\ln 2$ □

□2□ $f(x)=e^{2x+a}-\frac{1}{2}\ln x+\frac{a}{2}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□□□□ $e^{2x+a}-\frac{1}{2}\ln x+\frac{a}{2}=0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $e^{2x+a}+\frac{2x+a}{2}=e^{\ln x}+\frac{\ln x}{2}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $e^{x}+\frac{x}{2}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

□□□□□□□□□ $2x+a=\ln x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $a=\ln x-2x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□□□ $h(x)=\ln x-2x$ □

$h(x)=\frac{1}{x}-2=\frac{1-2x}{x}$ □ $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □ $h(x)>0$ □ $x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ □ $h(x)<0$

□□ $h(x)$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□□ $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ □□□□□□

□ $h(x)_{\max}=h\left(\frac{1}{2}\right)=-1-\ln 2$ □ $x\to 0$ □ $h(x)\to-\infty$

□□ $a>-1-\ln 2$ □

□□□□

□□□

□□□□□□□□□□□(□)□□□□□□

5□□□□□ $f(x)=ae^{x}-\ln(x+1)+\ln a-1$.

□1□□ $a=1$ □□□□ $f(x)$ □□□□

□2□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ a □□□□□.

□□□□□1□□□□ 0 □□□□□□□2□ $0<a<1$.

□□□□

□1□ $f(x)=\mathrm{e}^{x}-\ln(x+1)-1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□2□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $a\mathrm{e}^{x}+\ln\left(a\mathrm{e}^{x}\right)=\ln(x+1)+(x+1)$ □□□□□□□□□ $h(t)=t+\ln t$ □□□□ $h(t)$ □□□□□□□

$a=\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{x}}$ ($x>-1$)□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□1□□ $a=1$ □□ $f(x)=\mathrm{e}^{x}-\ln(x+1)-1$ □ $f'(x)=\mathrm{e}^{x}-\dfrac{1}{x+1}$ □ $x>-1$ □

□□ $f'(x)$ □ $(-1,+\infty)$ □□□□□□ $f'(0)=0$ □

∴□ $-1<x<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□□ $x>0$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

∴ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□ $f(0)=0$ □□□□□.

□2□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $f(x)=0\Rightarrow a\mathrm{e}^{x}+\ln a+x=\ln(x+1)+x+1$ □□□□□

□ $a\mathrm{e}^{x}+\ln\left(a\mathrm{e}^{x}\right)=\ln(x+1)+(x+1)$ □□□□□

□ $h(t)=t+\ln t$ □□ $h'(t)=1+\dfrac{1}{t}>0$ □ $h(t)$ □□□□□

∴ $a\mathrm{e}^{x}=x+1$ ($x>-1$)□□□□□□ $a=\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{x}}$ ($x>-1$)□□□□.

□ $g(x)=\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{x}}$ ($x>-1$)□□ $g'(x)=-\dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}}$ □

□ $x\in(-1,0)$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□□□□ $x=-1$ □□ $g(x)=\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{x}}=0$ □□

$g(0)=1$ □□ $x\to+\infty$ □□ $g(x)\to 0$ □□ $g(x)>0$

□□□ $x>-1$ □□ $\frac{x+1}{e^x}\in(0,1]$

$\therefore 0<a<1$.

□□□□

□□□□□□ $ae^x+\ln(ae^x)=\ln(x+1)+(x+1)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $h(t)=t+\ln t$ □□□□□□.

6□□□□□ $f(x)=x-\ln x-2$ □

□1□□□□□ $(1,f(1))$ □□□□□□

□2□□□□ $f(x)$ □□□ $(3,4)$ □□□□□□□□□

□3□□□□□□□ $x\in(1,+\infty)$ □□□ $x\ln x+x>k(x-1)$ □□□□ k □□□□□

□□□□

□1□ y □□1□

□2□□□□□

□3□3□

□□□□

(1)□□□□□□□□□□□□□□

(2)□□□□□□□ $f(x)$ □ $(3,4)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(3)□□□□□ $k<\frac{x\ln x+x}{x-1}$ □□ $g(x)=\frac{x\ln x+x}{x-1}$ □□□□□□□□ $g(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□(2)□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□

$f(x)=x-\ln x-2$ □

$\therefore f(1)=-1$ □ $f'(x)=1-\frac{1}{x}$ □

$\therefore f'(1)=0$ □

$\therefore f(x)$ 在 $(1,-1)$ 处的切线为 $y=-1$;

(2)

证明: $\because f(x)=x-\ln x-2$,

$\therefore f'(x)=1-\dfrac{1}{x}$,

当 $x\in(3,4)$ 时, $f'(x)=1-\dfrac{1}{x}>0$,

$\therefore f(x)$ 在 $(3,4)$ 上单调递增,

$\because f(3)=3-\ln3-2=1-\ln3<0$, $f(4)=4-\ln4-2=2-\ln4>0$,

$\therefore f(x)$ 在区间 $(3,4)$ 内存在唯一的零点.

(3)

$\because x\ln x+x>k(x-1)$, 且 $x\in(1,+\infty)$,

$\therefore k<\dfrac{x\ln x+x}{x-1}$,

令 $g(x)=\dfrac{x\ln x+x}{x-1}$, 则 $g'(x)=\dfrac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$, $x>1$,

由 (2) 知, $f(x)=x-\ln x-2$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增, 且在区间 $(3,4)$ 内存在唯一的零点,

设该零点为 $x_0\in(3,4)$, 则 $f(x_0)=x_0-\ln x_0-2=0$,

故当 $x\in(1,x_0)$ 时, $f(x)<0$, 即 $g'(x)<0$, $g(x)$ 在 $(1,x_0)$ 上单调递减,

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时, $f(x)>0$, 即 $g'(x)>0$, $g(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增,

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=\dfrac{x_0\ln x_0+x_0}{x_0-1}=\dfrac{x_0(x_0-2)+x_0}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$,

$\therefore k<g(x)_{\min}=x_0\in(3,4)$,

故整数k的最大值为3.

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的零点，以及不等式问题，考查转化与划归思想，逻辑推理能力和运算能力，属于中档题.

7. 已知函数$f(x)=(x-k-1)e^x$（其中e为自然对数的底数）.

(1) 当$k=-1$时，求函数$f(x)$的极值；

(2) 若函数$g(x)=f(x)+e^2$在$x\in(0,+\infty)$有唯一零点，求实数k的取值范围；

(3) 若不等式$f(x)>3x$对任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立，求整数k的最大值.

【答案】

(1) 极小值为$-\dfrac{1}{e}$，无极大值；

(2) $\{2\}\cup[e^2-1,+\infty)$；

(3) -2.

【分析】

(1) 利用导数可确定$f(x)$单调性，由极值定义可求得结果；

(2) 利用导数可确定$g(x)$的单调性；当$k\le 0$时，可知$g(0)<0$，解不等式可知无满足题意的值；当$k>0$时，根据$g(x)_{\min}=g(k)$，分别在$g(k)>0$，$g(k)=0$和$g(k)<0$三种情况下，根据$g(x)$在$x\in(0,+\infty)$有唯一零点可构造不等式求得结果；

(3) 将恒成立不等式化为$k<x-1-\dfrac{3x}{e^x}$，令$h(x)=x-1-\dfrac{3x}{e^x}$得$h'(x)=\dfrac{e^x+3x-3}{e^x}$，令$m(x)=e^x+3x-3$可确定$\exists x_0\in\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right)$，使得$m(x_0)=0$，由此可得$h(x)_{\min}=h(x_0)$，进而得到$h(x_0)$的范围，从而得到$k$.

(1)

当$k=-1$时，$f(x)=xe^x$，则$f'(x)=(x+1)e^x$，

$\therefore$当$x\in(-\infty,-1)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(-1,+\infty)$时，$f'(x)>0$；

$\therefore f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f(x)$ □□□□□ $f(-1)=-\dfrac{1}{e}$ □□□□□.

□2□

□ $g(x)=(x-k-1)e^x+e^2$ □ $\therefore g'(x)=(x-k)e^x$ □

$\therefore$ □ $x\in(-\infty,k)$ □□ $g'(x)<0$ □□ $x\in(k,+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □

$\therefore g(x)$ □ $(-\infty,k)$ □□□□□□□ $(k,+\infty)$ □□□□□□

① □ $k\le 0$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□ $g(0)<0$ □

□ $-k-1+e^2<0$ □□□□ $k>e^2-1>0$ □□□□

② □ $k>0$ □□ $g(x)$ □ $(0,k)$ □□□□□□□ $(k,+\infty)$ □□□□□□

□ $g(k)>0$ □□ $0<k<2$ □□ $g(x)_{\min}=g(k)>0$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

□ $g(k)=0$ □□ $k=2$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $x=2$ □□□□□□

□ $g(k)<0$ □□ $k>2$ □□□ $g(k+1)=e^2>0$ □□ $g(k)\cdot g(k+1)<0$ □

$\therefore g(x)$ □ $(k,k+1)$ □□□□□□□□□□ $g(0)=-k-1+e^2\le 0$ □□ $k\ge e^2-1$ □

□□□□□□ $k=2$ □ $k\ge e^2-1$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

□□□ k □□□□□□ $\{2\}\cup[e^2-1,+\infty)$.

□3□

□ $f(x)>3x$ □ $x\in\mathbf{R}$ □□□□□ $(x-k-1)e^x>3x$ □ $x\in\mathbf{R}$ □□□□□ $k<x-1-\dfrac{3x}{e^x}$ □

□ $h(x)=x-1-\dfrac{3x}{e^x}$ □□ $h'(x)=1-\dfrac{3-3x}{e^x}=\dfrac{e^x+3x-3}{e^x}$ □

□ $m(x)=e^x+3x-3$ □□ $m'(x)=e^x+3>0$ □ $\therefore m(x)$ □ R □□□□□□

□ $m\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{e}-\frac{3}{2}>0$□$m\left(\frac{1}{4}\right)=\sqrt[4]{e}-\frac{9}{4}<0$□$\therefore \exists x_0\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$□□□$m(x_0)=0$□

□$e^{x_0}+3x_0-3=0$□

□□$x\in(-\infty,x_0)$□□$h(x)<0$□□$x\in(x_0,+\infty)$□□$h(x)>0$□

$\therefore h(x)$□$(-\infty,x_0)$□□□□□□□$(x_0,+\infty)$□□□□□□

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=x_0-1-\frac{3x_0}{e^{x_0}}=x_0-1-\frac{3x_0}{3-3x_0}=x_0-1+\frac{x_0}{x_0-1}=x_0-1+\frac{1}{x_0-1}+1$□

□ $x_0\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$□$\therefore x_0-1\in\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{2}\right)$□$\therefore h(x_0)\in\left(-\frac{3}{2},-\frac{13}{12}\right)$□

□ $k<h(x_0)$□$\therefore$□□k□□□□□-2.

□□□□

□□□$a\geq f(x)$□□□□□

$a\geq f(x)_{\max}$□□$a\leq f(x)$□□□□□$a\leq f(x)_{\min}$.

8□□□□□$f(x)=\frac{1}{a}x^2+\ln x-\left(2+\frac{1}{a}\right)x$□$(a\neq 0)$.

□1□□$a=\frac{1}{2}$□□□□□$f(x)$□□$(1,f(1))$□□□□□□□

□2□□$F(x)=af(x)-x^2$□□$F(x)<1-2ax$□$x\in(1,+\infty)$□□□□□□□a□□□□.□□□□□□$\ln 3<\frac{4}{3}$□$\ln 4<\frac{5}{4}$□.

□□□□1□$x-y-3=0$□ □2□3.

□□□□

□1□□1□□$a=\frac{1}{2}$□□□□$f(x)=2x^2+\ln x-4x$□□□$f'(x)=4x+\frac{1}{x}-4$□□□$f'(1)=1$□□$f(1)=-2$□□□□□□□□□□□□□

□□□.

□2□□ $F(x)<1-2ax$ □ $(1,+\infty)$ □□□ $a<\frac{x+1}{\ln x}$ □ $x\in(1,+\infty)$ □□□□□ $h(x)=\frac{x+1}{\ln x}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$h(x)$ □ $(1,x_0)$ □□□□□ $(x_0,+\infty)$ □□□□□□□□ $a<h(x)_{min}=x_0$ □□□□□□□ a □□□□.

□□□□

□1□□1□□ $a=\frac{1}{2}$ □□□□ $f(x)=2x^2+\ln x-4x$ □□ $f'(x)=4x+\frac{1}{x}-4$ □

□□ $f'(1)=1$ □□ $f(1)=2+\ln 1-4=-2$ □

□□□ $f(x)$ □□ $(1,-2)$ □□□□□□□ $k=1$ □

□□□□□□□ $y-(-2)=x-1$ □□ $x-y-3=0$ □

□□ $f(x)$ □□ $(1,f(1))$ □□□□□□ $x-y-3=0$.

□2□□ $F(x)=af(x)-x^2=a\ln x-(2a+1)x$ □

□□ $F(x)<1-2ax$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□ $a\ln x-(2a+1)x<1-2ax$ □ $(1,+\infty)$ □□□□

□ $a<\frac{x+1}{\ln x}$ □ $x\in(1,+\infty)$ □□□□

□ $h(x)=\frac{x+1}{\ln x},x>1$ □□□ $h'(x)=\frac{\ln x-\frac{1}{x}-1}{\ln^2 x}$ □

□ $t(x)=\ln x-\frac{1}{x}-1(x>1)$ □□□ $t(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $t(3)<0,t(4)>0$ □

□□□□ $x_0\in(3,4)$ □□□ $t(x_0)=\ln x_0-\frac{1}{x_0}-1=0$ □

□□ $h(x)$ □ $(1,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $h(x)_{min}=h(x_0)=\frac{x_0+1}{\ln x_0}=\frac{x_0+1}{\frac{1}{x_0}+1}=x_0\in(3,4)$ □

□□ $a<\frac{x+1}{\ln x}$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $a<h(x)_{min}=x_0$ □

□□□□ a □□□□□ 3.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

1□□

2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

3□□.

9□□□□□ $f(x)=x-\ln x-2$ □

□1□□□□ $f(x)$ □□□ $(3,4)$ □□□□□□□□□

□2□□□□□□□ $x\in(1,+\infty)$ □□□ $x\ln x+x>k(x-1)$ □□□□ k □□□□□

□□□□□1□□□□□□□□□2□3□

□□□□

□1□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(3,4)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□ $k<\dfrac{x\ln x+x}{x-1}$ □□ $g(x)=\dfrac{x\ln x+x}{x-1}$ □□□□□□□□ $g(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□1□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□1□□□□∵ $f(x)=x-\ln x-2$ □

∴ $f'(x)=1-\dfrac{1}{x}$ □

□ $x\in(3,4)$ □□ $f'(x)=1-\dfrac{1}{x}>0$ □

∴ $f(x)$ □ $(3,4)$ □□□□□□

∵ $f(3)=3-\ln 3-2=1-\ln 3<0$ □ $f(4)=4-\ln 4-2=2-\ln 4>0$ □

∴ $f(x)$ □□□ $(3,4)$ □□□□□□□□□

□2□□□∵ $x\ln x+x>k(x-1)$ □□ $x\in(1,+\infty)$ □

∴ $k<\frac{x\ln x+x}{x-1}$ □

□ $g(x)=\frac{x\ln x+x}{x-1}$ □□ $g'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$ □ $x>1$ □

□□1□□□ $f(x)=x-\ln x-2$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□□ $(3,4)$ □□□□□□□□□

□□□□□ $x_0\in(3,4)$ □□ $f(x_0)=x_0-\ln x_0-2=0$ □

□□ $x\in(1,x_0)$ □□ $f(x)<0$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □ $(1,x_0)$ □□□□□□

□ $x\in(x_0,+\infty)$ □□ $f(x)>0$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □ $(x_0,+\infty)$ □□□□□□

∴ $g(x)_{\min}=g(x_0)=\frac{x_0\ln x_0+x_0}{x_0-1}=\frac{x_0(x_0-2)+x_0}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$ □

∴ $k<g(x)_{\min}=x_0\in(3,4)$ □

□□□ k □□□□□3□

□□□□

□□

10□□□□□ $f(x)=e^x-x+2x^2$ □

□1□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

□2□□□□□ x □□□ $f(x)\le x^2+2x-3+2m$ □□□□□□ m □□□□□

□□□□(1) $f(x)$ □ $(-\infty，0)$ □□□□□□□ $(0，+\infty)$ □□□□□, □ $x=0$ □□ $f(x)$ □□□□ $f(0)=1$ □□□□□. (2) 1

□□□□

(1) □□ $f'(x)=e^x+4x-1$ □□□ $f''(x)=e^x+4>0$ □□□□□ $f'(x)$ □ R □□□□□□□ $f'(0)=0$ □□□□□□□□□□□□□□.

(2)□□□□□□□□□ x □□□ $e^x+x^2-3x+3\le 2m$ □□□□ $g(x)=e^x+x^2-3x+3$ □□ $\frac{1}{2}g(x)_{\min}<m$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□1□□ $f(x)=e^x-x+2x^2$ □□□ $f'(x)=e^x+4x-1$

□ $f''(x)=e^x+4>0$ □□□□□ $f'(x)$ □ R □□□□□□□ $f'(0)=0$

□□□ $x<0$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x>0$ □□ $f'(x)>0$

□□ $f(x)$ □ $(-\infty$□$0)$ □□□□□□□ $(0$□$+\infty)$ □□□□□.

□□□ $x=0$ □□ $f(x)$ □□□□ $f(0)=1-0+0=1$ □□□□□.

(2) □□□□ x □□□ $f(x)\le x^2+2x-3+2m$ □□

□□□□□ x □□□ $e^x-x+2x^2\le x^2+2x-3+2m$ □□ $e^x+x^2-3x+3\le 2m$ □□

□ $g(x)=e^x+x^2-3x+3$ □□ $\frac{1}{2}g(x)_{\min}<m$

$g'(x)=e^x+2x-3$ □ $g''(x)=e^x+2>0$

□□ $g'(x)=e^x+2x-3$ □ R □□□□□. $g'(1)=e-1>0$, $g'\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{e}-2<0$

□□□□ $x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ □□□ $g'(x_0)=0$ □□ $e^{x_0}+2x_0-3=0$ □□□ $e^{x_0}=3-2x_0$

□□□ $x\in(-\infty,x_0)$ □□ $g'(x_0)<0$ □ $g(x)$ □□□□.

□ $x\in(x_0$□$+\infty)$ □□ $g'(x_0)>0$, $g(x)$ □□□□.

□□ $g(x)\ge g(x_0)=e^{x_0}+x_0^2-3x_0+3=3-2x_0+x_0^2-3x_0+3$

$=x_0^2-5x_0+6$

□ $x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ □□ $2<x_0^2-5x_0+6<\frac{15}{4}$

所以 $\frac{1}{2}g(x_0)\in\left(1,\frac{15}{8}\right)$，由题意 $m>\frac{1}{2}g(x_0)$，

所以整数 m 的最小值为 1.

11. 已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(a-1)x$.

(1) 若 $a<0$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)\le\frac{e^x}{2e^2}-\frac{1}{2}ax^2-x$ 恒成立，求整数 a 的最大值.

【答案】(1) 答案见解析; (2) −1.

【分析】

(1) 求出函数导数，根据 a 分类讨论，即可求解;

(2) 由原不等式恒成立，分离参数可得 $a\le\frac{\frac{e^x}{2e^2}-\ln x}{x}$，利用导数求 $g(x)=\frac{\frac{e^x}{2e^2}-\ln x}{x}$ 的最小值即可求解.

【详解】

(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$$f'(x)=\frac{1}{x}-ax+a-1=\frac{-ax^2+(a-1)x+1}{x}=\frac{(-ax-1)(x-1)}{x},$$

① 当 $-1<a<0$ 时，$-\frac{1}{a}>1$，由 $f'(x)>0$，得 $0<x<1$ 或 $x>\frac{1}{-a}$，由 $f'(x)<0$，得 $1<x<-\frac{1}{a}$，

∴$f(x)$ 的单调减区间为 $\left(1,-\frac{1}{a}\right)$，单调增区间为 (0, 1) 和 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$;

② 当 $a=-1$ 时，$\frac{1}{-a}=1$, $f'(x)\geq 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

∴$f(x)$ 的单调增区间为 $(0,+\infty)$，无减区间;

③ 当 $a<-1$ 时，$0<\frac{1}{-a}<1$，由 $f'(x)>0$，得 $0<x<\frac{1}{-a}$ 或 $x>1$，由 $f'(x)<0$，得 $-\frac{1}{a}<x<1$，

∴$f(x)$ 的单调减区间为 $\left(-\frac{1}{a},1\right)$，单调增区间为 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 和 $(1,+\infty)$;

□□□□□□ a□□1 □□f□x□□□□□□□□ $\left(-\frac{1}{a},1\right)$ □□□□□□□ $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ □ $(1,+\infty)$ □

□ a□□1 □□f□x□□□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□1□a□0 □□f□x□□□□□□□□ $\left(1,-\frac{1}{a}\right)$ □□□□□□□□0□1□□ $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$.

□2□ $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(a-1)x,\ \frac{e^x}{2e^2}-\frac{1}{2}ax^2-x$□□$\ln x+ax,\ \frac{e^x}{2e^2}\Leftrightarrow a,\ \frac{\frac{e^x}{2e^2}-\ln x}{x}$□

□ $g(x)=\frac{\frac{e^x}{2e^2}-\ln x}{x}$□□ $g'(x)=\frac{\frac{1}{2e^2}(x-1)e^x-1+\ln x}{x^2}$□

□ $h(x)=\frac{1}{2e^2}(x-1)e^x-1+\ln x$□□ $h'(x)=\frac{1}{2e^2}xe^x+\frac{1}{x}>0$□□□□

$\therefore h$□x□□□0□□∞□□□□□□□

$\because h$□1□□□1□0□ $h(2)=\frac{1}{2}-1+\ln 2>\frac{1}{2}-1+\ln\sqrt{e}=0$□

$\therefore \exists x_0\in(1,2)$□□□ $h(x_0)=\frac{1}{2e^2}(x_0-1)e^{x_0}-1+\ln x_0=0,\quad -\ln x_0=\frac{1}{2e^2}(x_0-1)e^{x_0}-1$□

$x\in(0,x_0)$ □□ $h(x)<0$□□□ $g'(x)<0$□

$\therefore x\in(0,x_0)$ □□ $g(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□

$x\in(x_0,+\infty)$ □□ $h(x)>0$□□□ $g'(x)>0$□

$\therefore x\in(x_0,+\infty)$ □□ $g(x)$ □ $(x_0,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=\frac{\frac{e^{x_0}}{2e^2}-\ln x_0}{x_0}$□□ $-\ln x_0=\frac{1}{2e^2}(x_0-1)e^{x_0}-1$□□□□

$g(x_0)=\frac{\frac{e^{x_0}}{2e^2}+\frac{1}{2e^2}(x_0-1)e^{x_0}-1}{x_0}=\frac{e^{x_0}}{2e^2}-\frac{1}{x_0}$□

□ $p(x)=\frac{e^x}{2e^2}-\frac{1}{x},\quad x\in(1,2)$□□ p□x□□□□□□

$\therefore p(1) < p(x) < p(2)$□$p(1)=\dfrac{1}{2e}-1\in(-1,0)$□$p(2)=0$□

$\therefore g(x_0)\in(-1,0)$, $\therefore$□□ a □□□□□1.

□□□□

□□□□□□□□□

□1□□□□□□□

□2□□□□□①□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□②□□.

12□□□□□ $f(x)=ax+\dfrac{a}{x}-(\ln x)^2$ ($a\in R$□ e □□□□□□□□).

□1□□ $a\geq 1$□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□ x □□□□ $e^x+e^{-x}-2\ln x\geq b$ □□□□ b □□□□.

□□□□1□ $f(x)_{\min}=2a$ □□2□□□□□3.

□□□□

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□ $(0,+\infty)$□ $f'(x)=\dfrac{1}{x}\left(ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x\right)$ □□ $g(x)=ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x$ □□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□

□ $g(x)$ □□□□□ $f'(x)$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□.

□2□□□1□□ $a=1$□ $x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2\geq 2$ □□ $e^x+e^{-x}\geq x^2+2$ □□□ $e^x+e^{-x}-2\ln x>x^2-2\ln x+2$ □□□

$h(x)=x^2-2\ln x+2$ □□□□□□□□□□□□□□ $\left(e^x+e^{-x}-2\ln x\right)_{\min}$ □□□□□□□□□ b □□□□.

□□□□

□1□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $f(x)=ax+\dfrac{a}{x}-(\ln x)^2$ □□ $f'(x)=a-\dfrac{a}{x^2}-\dfrac{2\ln x}{x}=\dfrac{1}{x}\left(ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x\right)$

□ $g(x)=ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x$ □□ $g'(x)=a+\dfrac{a}{x^2}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{ax^2-2x+a}{x^2}$

□ $a\ge 1$ □□□ $ax^2-2x+a\ge 0$ □□□□□ $g'(x)\ge 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $g(1)=0$ □

∴ $x\in(0,1)$ □ $g(x)<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $x\in(1,+\infty)$ □ $g(x)>0$ □□ $f'(x)>0$.

∴ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

∴ $f(x)_{\min}=f(1)=2a$.

□2□□1□□□□ $a=1$ □□ $x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2\ge 2$ □□□□□ $x=1$ □□□□□

∴□□□□ $e^x+e^{-x}-x^2\ge 2$ (□□□□ $x=0$ □□□□)□□ $e^x+e^{-x}-2\ln x>x^2-2\ln x+2$ □

□ $h(x)=x^2-2\ln x+2$ □□ $h'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

∴□ $x\in(0,1)$ □□ $h'(x)<0$ □□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □□ $h(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□.

∴ $h(x)_{\min}=h(1)=3$ □□ $e^x+e^{-x}-2\ln x>3$ □□□ $x=1$ □□ $e^x+e^{-x}-2\ln x=e+e^{-1}\in(3,4)$ □

□□□□ $3<\left(e^x+e^{-x}-2\ln x\right)_{\min}<e+e^{-1}$ □□ b □□□□

∴ $b\le 3$ □□ b □□□□□3.

□□□□

□□□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□

□2□□1□□□□□ $e^x+e^{-x}\ge x^2+2$ □□□□□□ $e^x+e^{-x}-2\ln x>x^2-2\ln x+2$ □□□ $h(x)=x^2-2\ln x+2$ □□□□□□□□□□

□□ $e^x+e^{-x}-2\ln x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□.

13□□□□□ $f(x)=x\ln x-mx+m$.

□1□□ $m=-2$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $\left(1,f(1)\right)$ □□□□□□□

□2□□ $x>1$ □□ $f(x)+2x>0$ □□□□□□□ m □□□□.

□□□□□1□ $y=3x-3$ □□2□□□□□ 4.

□□□□

□1□□ $m=-2$ □□ $f(x)=x\ln x+2x-2$ □□ $f(1)=0$ □ $f'(x)=x\cdot\frac{1}{x}+\ln x+2=\ln x+3$ □□□□□ $k_{□}=f'(1)$ □□□□□□□□

□□□

□2□ $f(x)+2x=x\ln x-mx+m+2x>0$ □□□ $m(x-1)<x\ln x+2x$ □□□ $x>1$ □□ $m<\frac{x\ln x+2x}{x-1}$ □□□□□

$g(x)=\frac{x\ln x+2x}{x-1}$ □ $x\in(1,+\infty)$ □□□ $m<g(x)_{\min}$ □□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□1□□ $m=-2$ □□ $f(x)=x\ln x+2x-2$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $f(1)=0$ □ $f'(x)=x\cdot\frac{1}{x}+\ln x+2=\ln x+3$ □

□ $f'(1)=3$ □□□□□ $y=f(x)$ □□ $(1,f(1))$ □□□□□□□ $y-0=3(x-1)$ □□ $y=3x-3$.

□2□ $f(x)+2x=x\ln x-mx+m+2x>0$ □□□ $m(x-1)<x\ln x+2x$ □

□□ $x>1$ □□□ $x-1>0$ □□□□ $x>1$ □□ $m<\frac{x\ln x+2x}{x-1}$ □□□□

□ $g(x)=\frac{x\ln x+2x}{x-1}$ □ $x\in(1,+\infty)$ □

□□ $m<g(x)_{\min}$ □□ $g'(x)=\frac{(\ln x+3)(x-1)-(x\ln x+2x)}{(x-1)^2}=\frac{x-\ln x-3}{(x-1)^2}$ □

□ $h(x)=x-\ln x-3$ □ $x\in(1,+\infty)$ □

□□ $h'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}>0$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□ $h(4)=1-\ln4<0$ □ $h(5)=2-\ln5=\ln\frac{e^2}{5}>0$ □

□□ $\exists t\in(4,5)$ □□□ $h(t)=t-\ln t-3=0$ □□ $\ln t=t-3$ □

□$1<x<t$□□$h(x)<0$□□$g'(x)<0$□$g(x)$□□□□□

□$x>t$□□$h(x)>0$□□$g'(x)>0$□$g(x)$□□□□□

□□$g(x)_{\min}=g(t)=\frac{t\ln t+2t}{t-1}=\frac{t(t-3)+2t}{t-1}=t$□

□□□□$m<t$□□□$t\in(4,5)$□

□□□□m□□□□□4.

□□□□

□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□